10月　七草木天神社

【算額第３問】

今有如図直内隔斜容甲乙丙円

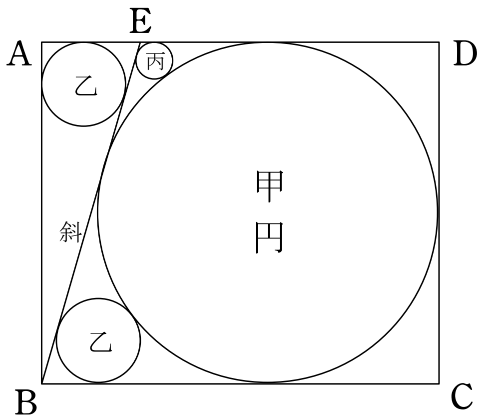
只云乙円径九寸

問丙円径

（題意）

右図のように長方形があり、
その内に、斜（線）を隔てて
甲円１個、乙円２個、丙円１個
が容れてある。

乙円径を 9 寸として、丙円径を求めよ。



【基本術】

図において、線分 AD と線分 BC は
・ともに二円の接点を通り、
・直交する

※　この術からも、5 月「愛宕神社」で用いた術

$$\mathrm{AC} = \sqrt{\mathrm{AB}\times\mathrm{CD}}$$

が導かれます。

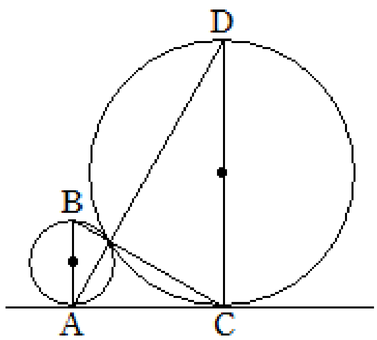


図４

【略解】

（ア）甲、乙円の半径を
それぞれ $R,\ r$ とすると、
図５より、$2a+2r=2R$
よって、　$\underline{\boldsymbol{a+r=R}}$

$\Longrightarrow$

（イ）図６より
$$\frac{R}{2r}=\frac{2R}{R}$$
よって、　$\underline{\mathbf{R=4r}}$

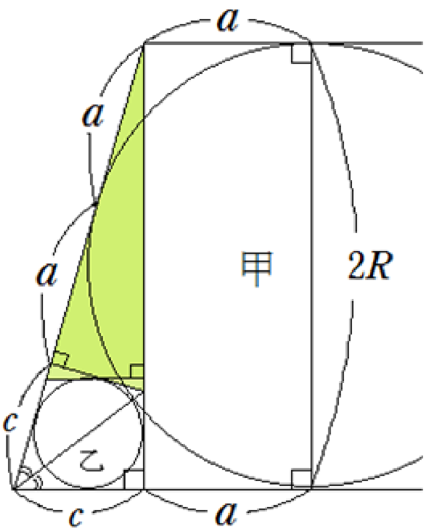


図５

$\Longrightarrow$

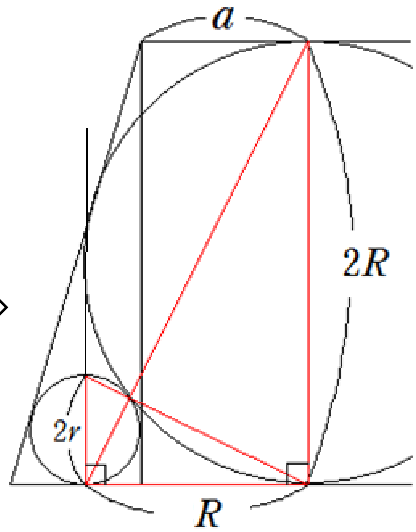


図６

（ウ）丙円の半径を s とすると、
図７より、
$$\frac{R+s}{R-s}=\frac{5}{4}$$
よって、　$\underline{\boldsymbol{R=9s}}$

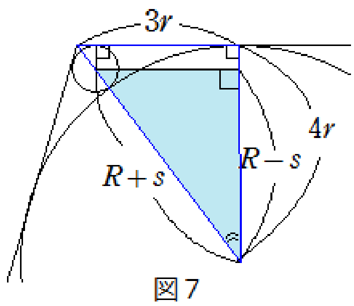


図７

以上、（ア）（イ）より、　$\boxed{R=4r}$　　（ウ）より、$\boxed{s=\frac{1}{9}R=\frac{4}{9}r}$

故に、（半径を直径に直しても上記の等式は成立するので）

$\boxed{\text{丙円径 4 寸、乙円径 9 寸、甲円径 36 寸}}$

【付記】

この問題の原型は、江戸時代の和算書にもあります（千葉胤秀『算法新書』1830）。尚、丙円を付加してその円径を問うたのは、七草木天神社に算額を奉納した人々の創意工夫と思われます。

（文責：五輪教一）